

**CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC**

Un solénoïde infini, de section circulaire de rayon a , comprend n spires par unité de longueur, chacune étant parcourue par un courant sinusoïdal d'intensité $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$. On suppose que le courant varie assez lentement pour se placer dans l'ARQS. Cela signifie concrètement que les équations de Maxwell s'écrivent

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \operatorname{div} \vec{E} = 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases}$$

1. Quelle inégalité forte vérifient ω , c et a dans l'ARQS, où c désigne la vitesse de la lumière dans le vide ? Que vaut le champ magnétique $\vec{B}(M, t)$ régnant à l'intérieur du solénoïde en fonction notamment du courant $i(t)$?
2. En déduire qu'il règne dans le solénoïde un champ électrique induit par les variations du courant, de la forme $\vec{E}(M, t) = E(r, t)\vec{u}_\theta$ en coordonnées cylindriques d'axe Oz .
Quel est le phénomène responsable de l'apparition de ce champ électrique ?
Expliciter la fonction $E(r, t)$ en fonction des données de l'énoncé.
3. Comparer les ordres de grandeur des densités volumiques d'énergie électrique et magnétique. Commenter.
4. Effectuer un bilan d'énergie électromagnétique sur un volume judicieusement choisi. Interpréter.



CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Corrigé

- 1) Il faut que $c \times \frac{2\pi}{\omega} \gg a$ pour négliger le temps de propagation et donc se placer en ARQS. Dans ces conditions le champ magnétique est nul à l'extérieur et est donné par $\vec{B} = \mu_0 n i(t) \vec{u}_z$
- 2) Avec MF on a $E = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$ si $r \leq a$ et $E = -\frac{\pi a^2}{2r} \frac{dB}{dt}$ si $r \geq a$.
Rq : Il s'agit plus d'un champ électromoteur qui est responsable du phénomène d'induction que l'inverse
- 3) $\frac{u_e}{u_m} = \frac{\epsilon_0 \mu_0 E^2}{B^2} \approx \frac{a}{c^2 T^2} \ll 1$ en ARQS
- 4) Donc au final, l'énergie linéique est sous forme magnétique et donnée par $\frac{B^2 \pi a^2}{2\mu_0}$