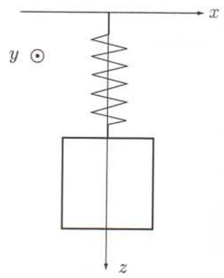
CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Electromagnétisme

Un cadre carré de masse m, de résistance R et de côté a se déplace verticalement dans un champ magnétique $\vec{B} = B_0(1 - bz)\overrightarrow{u_y}$. Il est suspendu à un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 fixé en O. A l'équilibre le centre du cadre est à la côte z_0. On le lâche de la position $z_0 + Z_0$ sans vitesse initiale.



Etablir l'équation différentielle du mouvement.

CONCOURS CENTRALE•SUPÉLEC

Corrigé

L'application de la 2e loi de Newton donne :

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = -k(l-l_0) + mg + iaB(z+a) - iaB(z)$$

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = -k(l-l_0) + mg - iB_0ba^2$$

Et l'équation électrique est : $e = Ri$

Avec $\phi = \iint BdS = \iint B_0(1-bz)dS = B_0a\left[z - \frac{bz^2}{2}\right]_z^{z+a} = B_0a\left(a - \frac{b(2za+a^2)}{2}\right)$

Soit $e = B_0ba^2v$

Soit : $m\frac{d^2z}{dt^2} = -k(l-l_0) + mg - \frac{B_0^2b^2a^4}{R}v$

Avec :$z = l + a/2$ et avec $k\left(z_{eq} - \frac{a}{2} - l_0\right) = mg$, il reste alors :$\ddot{z} + \frac{B_0^2b^2a^4}{Rm}\dot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 z_{eq}$

On obtient un système amorti par l'effet des forces de Laplace.