

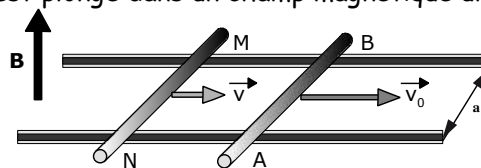


## CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Electromagnétisme

Soient deux rails conducteurs parallèles, horizontaux, orientés selon  $\vec{e}_x$  et distants de  $a$ . Pour les besoins de l'exercice, on considère que les deux rails sont infinis et de résistance nulle.

Deux barres sont posées sur les rails, elles glissent sans frottement et sont astreintes à se déplacer parallèlement l'une à l'autre, elles forment par ailleurs un angle droit avec chacun des rails à tout instant. Chaque barre est conductrice et est équivalente entre ses extrémités posées sur les rails à un résistor dont la résistance propre est égale à  $R/2$ . Leurs masses sont identiques et égales à  $m/2$ . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$  vertical.



Initialement, les deux barres sont au repos et distantes de  $a$ . Un opérateur extérieur entraîne la barre AB à la vitesse constante  $\vec{v} = v_0 \vec{e}_x$ .

- 1) Montrer que le mouvement généré par l'opérateur, produit au sein d'un circuit, que vous orienterez et dont vous préciserez la nature, un courant d'intensité  $i(0)$ .  
Justifier qualitativement la mise en mouvement de la barre MN lors de l'action de l'opérateur sur la barre AB.
- 2) On notera  $\vec{v} = v(t) \vec{e}_x$ , la vitesse de la barre MN à tout instant.
  - a) En déduire l'expression du courant  $i(t)$ .
  - b) Appliquer le théorème du centre de masse sur la barre MN et expliciter l'équation différentielle vérifiée par  $v(t)$ .
  - c) Résoudre l'équation et montrer que  $v(t)$  tend vers une valeur limite que vous déterminerez.
- 3) Bilan énergétique
  - a) Calculer la puissance fournie par l'opérateur  $P_{opé}$ .
  - b) Déterminer et préciser la répartition énergétique du travail fourni par l'opérateur au système.
  - c) Quelle est la part de l'énergie dissipée sous forme mécanique en régime permanent?



CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

**Corrigé**

1)  $e_{AB}(0) = v_0 Ba$  et  $i(0) = v_0 Ba / R$  dans le sens horaire, provoquant ainsi une force de Laplace sur MN et un mouvement vers la droite

2)  $e_{AB} = v_0 Ba$  et  $e_{NM} = -vBa$  et  $i = \frac{Ba}{R}(v_0 - v)$

$$\frac{mdv}{2dt} = iaB = \frac{(Ba)^2}{R}(v_0 - v) \text{ soit } \frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{v_0}{\tau} \text{ et donc la vitesse limite est } v_0$$

3) L'opérateur s'oppose à la force de Laplace et fournit une puissance  $iaBv_0$ . Le bilan électrique conduit à :  $Ri^2 + vBai = P_{opé} = P_{Joule} + P_{laplace tige MN}$

En régime permanent, il n'y a plus d'induction et une conversion alors parfaite  $P_{opé} = P_{tige MN}$