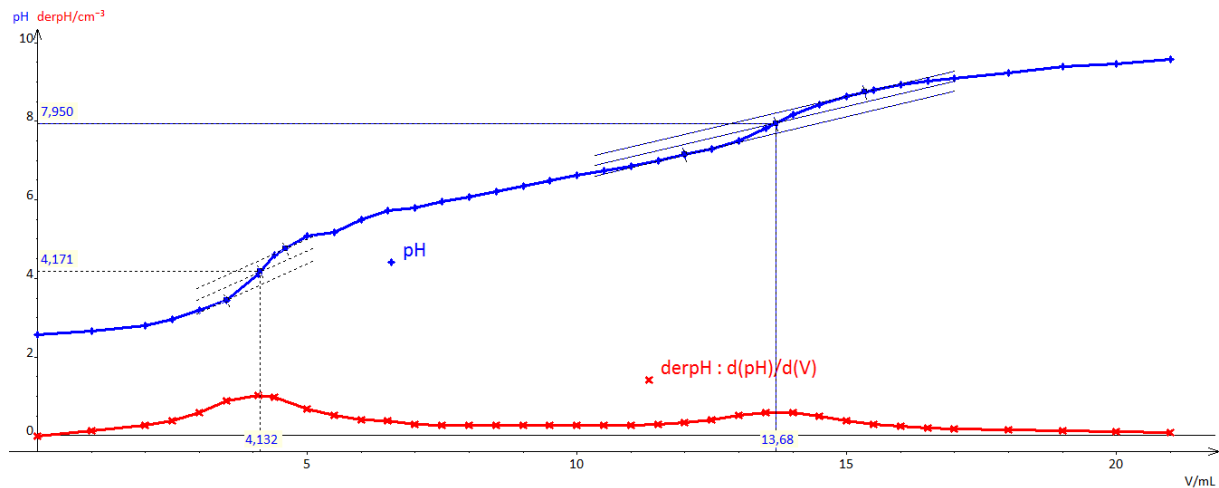


Exercice 1 : Dosage du coca (d'après un travail du GRIESP)

Le coca-cola est une boisson gazeuse contenant plusieurs acides :

- L'acide phosphorique ($pK_a(H_3PO_4/H_2PO_4^-) = 2,15$, $pK_a(H_2PO_4^-/HPO_4^{2-}) = 7,20$, $pK_a(HPO_4^{2-}/PO_4^{3-}) = 12,42$)
- L'acide carbonique $pK_a((H_2O, CO_2), HCO_3^-) = 6,37$ et $pK_a(HCO_3^-, CO_3^{2-}) = 10,32$
- Des acides carboxyliques naturels en quantité minoritaires par rapport aux deux acidités précédentes et dont les pK_a sont voisins de 6.

Il est possible de doser l'acidité présente dans du coca-cola après en avoir décarboniquer partiellement 10mL au moyen d'une solution de soude centimolaire. On obtient le graphe représentant le $pH(V)$ et $\frac{dpH}{dV}(V)$ où V est le volume de soude versé.



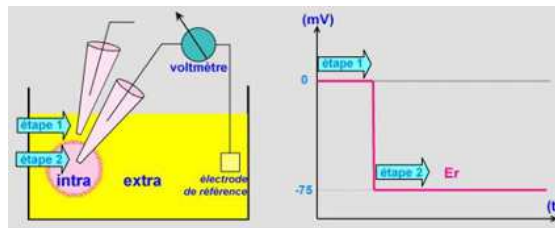
La dose journalière admissible en acide phosphorique est de 70mg/kg/jour. Estimer le nombre de cannettes de cola de 33cl qu'un adolescent peut boire dans une journée.

Donnée : $M_p = 31g.mol^{-1}$

Exercice 2 : EM

Une membrane cellulaire est modélisée localement par un plan yOz ; l'axe Ox est orienté vers l'extérieur de la cellule. Une étude précise a permis de mesurer un potentiel $-V_0$ (avec $V_0 > 0$) dans la cellule et un potentiel ne dépendant que de x en dehors de la cellule :

$$\begin{cases} x \leq 0 & V(x) = -V_0 \\ x > 0 & V(x) = -V_0 e^{-\frac{x}{a}} \end{cases}$$



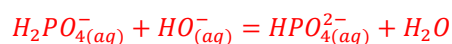
Comment un biologiste peut-il, avec la connaissance du profil $V(x)$, obtenir l'expression de la densité volumique de charges dans l'espace ?

Exercice 1 : Dosage du coca

Initialement, le pH est fixé par la première acidité de l'acide phosphorique. C'est un acide dissocié de manière non négligeable dans l'eau (car $pH \approx 2,5$) suivant la réaction :

	$H_3PO_{4(aq)} + H_2O = H_2PO_{4(aq)}^- + H_3O_{(aq)}^+$		
	C_0		
	$C_0 - h$	h	h

Le premier saut de pH est à associer au dosage de $H_3PO_{4(aq)}$ restant et des ions $H_3O_{(aq)}^+$ formés par l'hydrolyse alors que le second saut est associé au dosage complet des ions $H_2PO_{4(aq)}^-$ (et des autres acides restant).



La troisième acidité ne peut être repérée par un saut de pH car la réaction associée n'est pas totale

Donc le nombre de mole totale d'acide phosphorique est $C_{HO^-} \cdot V_{eq1}$

On en déduit une concentration molaire : $[H_3PO_{4(aq)}] = \frac{C_{HO^-} \cdot V_{eq1}}{V_{dosé}}$

Une concentration massique : $[H_3PO_{4(aq)}]_m = \frac{C_{HO^-} \cdot V_{eq1}}{V_{dosé}} M_{H_3PO_{4(aq)}}$

La masse d'acide dans une cannette est donc : $m_{H_3PO_{4(aq)}} = \frac{C_{HO^-} \cdot V_{eq1}}{V_{dosé}} M_{H_3PO_{4(aq)}} V_{cannette}$

La masse admissible dans une journée pour un adolescent est : $m_{admis}(kg) = 70 \times 10^{-6} \times 70$

Donc le nombre de cannettes est :

$$N = \frac{70 \times 10^{-6} \times 70}{\frac{C_{HO^-} \cdot V_{eq1}}{V_{dosé}} M_{H_3PO_{4(aq)}} V_{cannette}} = \frac{70 \times 10^{-6} \times 70}{\frac{0,01 \cdot 4,1}{10} (3 + 4 \cdot 16 + 31) \times 10^{-3} \times 0,33} \approx 37$$

Exercice 2 : EM

On obtient le champ électrostatique par :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V = -\frac{dV}{dx}\vec{u}_x$$

Donc :

$$\begin{cases} x \leq 0 & E(x) = 0 \\ x > 0 & E(x) = -\frac{V_0}{a}e^{-\frac{x}{a}} \end{cases}$$

Et avec Maxwell-Gauss : $\text{div}\vec{E} = \frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$$\begin{cases} x \leq 0 & \rho(x) = 0 \\ x > 0 & \rho(x) = \epsilon_0 \frac{V_0}{a^2}e^{-\frac{x}{a}} \end{cases}$$

Par ces étapes, on a retrouvé et appliqué l'équation de Poisson : $\Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$

Rq : La cellule est globalement neutre mais la membrane laisse passer préférentiellement des ions positifs qui sont ensuite maintenus (par les ions négatifs restés dans la cellule) à la surface de la membrane : il apparaît l'équivalent d'un condensateur et donc une ddp.