CONCOURS COMMUN INP

Exercice 1

Une onde plane progressive électromagnétique (OPPH) polarisée rectilignement a pour fréquence f et pour longueur d'onde λ. Elle se propage dans la direction $\vec{\boldsymbol{u}}$ du plan (xOy) faisant un angle α avec l'axe Ox.
Le vecteur $\vec{E}$ est parallèle à Oz.

1) Ecrire les composantes du vecteur d'onde $\vec{k}$, puis celles de $\vec{E}$(M,t) dans la base (O, x, y, z)
2) Représenter le trièdre $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$.
3) Proposer une nouvelle base d'étude orthonormée et directe facilitant la description simultanée de ces trois vecteurs.
4) Calculer la densité volumique d'énergie électromagnétique w(M,t), puis sa valeur moyenne au cours du temps < w(M) >.
5) Exprimer les composantes du vecteur de Poynting $\vec{R}$ (M,t), son module et la valeur moyenne de ce module en M. Quelle est la relation entre < w > et < $\vec{R}$ > ? Interpréter physiquement cette relation.
6) Beaucoup d'applications utilisent des photodiodes émettant dans l'infrarouge (télécommande de télévision par exemple). Alors que les photons ultra-violets sont plus énergétiques, montrer que pour un flux d'énergie donné, une salve de photons IR est plus efficace qu'une salve de photons UV.

Exercice 2 : Télésiège (d'après un travail du GRIESP)

On donne quelques caractéristiques techniques d'un télésiège.

Caractéristiques administratives :
- Nom de l'installation : le Châtelet
- Type d'appareil : télésiège à pinces fixes
- Constructeur : Pomagalski
- Année de construction : 1997

Caractéristiques géométriques :
- Altitude de la gare aval : 1270 m
- Altitude de la gare amont : 1545 m
- Longueur : 950 m
- Dénivelé : 275 m
- Pente moyenne : 30%
- Pente maximale : 76%

Caractéristiques de la ligne et d'exploitation :
- Nombre de pylônes : 11
- Vitesse en ligne : 2,5 m/s
- Temps de montée : 6mn 20s
- Débit : 2250 personnes par heure

Caractéristiques techniques :
- Emplacement de la station motrice : aval

- Type de motorisation principale : électrique
- Nombre de moteur(s) électrique : 1
- Puissance : $\boxed{}$
- Nombre de frein(s) de service : 1
- Nombre de frein(s) de poulie : 2
- Capacité des sièges : 4 personnes
- Nombre de sièges : 119
- Type de sièges : sièges "Arceau"
- Dispositif d'accouplement : pinces fixes
- Type d'embarquement : face à la ligne

Evaluer la puissance mécanique mise en jeu par le télésiège pour transporter les personnes.

Exercice 1

Une onde plane progressive électromagnétique (OPPEM) polarisée rectilignement a pour fréquence f et pour longueur d'onde λ dans le vide. Elle se propage dans le vide dans la direction $\vec{u}$ du plan xOy faisant avec l'axe **Ox** l'angle α.

Le vecteur $\vec{E}$ est parallèle à Oz et d'amplitude maximal E_0.

$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\begin{pmatrix} cos\alpha \\ sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{E} = E_0 cos(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \phi)\vec{u_z}$,

$$\underline{\vec{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 \exp\left(j(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \phi)\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 \exp(j(\omega t - kcos\alpha x + ksin\alpha y + \phi)) \end{pmatrix}$$

A partir de l'équation de Maxwell-Faraday on obtient l'expression du champ magnétique :

$$\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \underline{\vec{E}} = \frac{2\pi}{c}\begin{pmatrix} cos\alpha \\ sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 \exp\left(j(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \phi)\right) \end{pmatrix}$$

$$\underline{\vec{B}} = \frac{1}{c}\begin{pmatrix} E_0 \sin\alpha \exp\left(j(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \phi)\right) \\ -E_0 cos\alpha \exp\left(j(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \phi)\right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Donc :

$$\vec{B} = \frac{1}{c}\begin{pmatrix} E_0 \sin\alpha \times \cos(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \phi) \\ -E_0 cos\alpha \times cos(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \phi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Mais il est plus simple de travailler dans le base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{u_z})$ dans laquelle :

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\underline{\vec{E}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 \exp\left(j(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \phi)\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 \exp(j(\omega t - kx' + \phi)) \end{pmatrix}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{c}\begin{pmatrix} 0 \\ -E_0 \times cos(\omega t - kx' + \phi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Il s'agit d'une onde plane donc $w(M,t) = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$ donc $< w >= \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4} \times 2$

$\vec{R} = \frac{E_0^2 cos^2(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM} + \phi)}{\mu_0 c}\vec{u}$ et donc $\langle \vec{R} \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}\vec{u} =< w > c.\vec{u}$

On peut interpréter le vecteur de Poynting comme un vecteur densité de flux de particules de vitesse c et de densité volumique d'énergie $< w >$: ces particules sont des photons.

Pour un flux donné : $\phi = n_{IR}\frac{hc}{\lambda_{IR}}c\vec{u} = n_{UV}\frac{hc}{\lambda_{UV}}c\vec{u}$ où n représente la densité volumique de photons

$$\frac{\lambda_{UV}}{\lambda_{IR}} = \frac{n_{UV}}{n_{IR}} < 1$$

Donc la commande en IR offre une probabilité plus importante d'absorption d'un photon par le capteur

Exercice 2 : Télésiège

- Nombre de personnes déplacées par unité de temps : $N = \frac{2250}{3600}$
- Masse à déplacer par déplacée par unité de temps : $N \times 80$
- Dénivellation $\Delta h = 275m$
- Puissance à fournir $N \times 80 \times g \times \Delta h = \frac{2250}{3600} \times 50 \times 275 \approx 135kW$