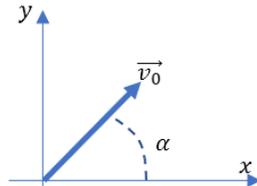


**TD 2 : Afficher ses résultats sous forme graphique**

Exercice 1 : Etude paramétrée du mouvement de chute des corps

On souhaite étudier, dans le référentiel terrestre supposé Galiléen, un coup franc tiré par un joueur de football. Ce joueur imprime une vitesse initiale  $v_0$  de 30m/s au ballon. Ce ballon sera assimilé à un objet ponctuel de masse  $m$ . La vitesse  $\vec{v}_0$  est incliné de  $\alpha$  par rapport au sol parfaitement plan. On néglige les frottements fluides et on note  $g \approx 9,81m.s^{-2}$  la norme du champ de pesanteur terrestre.

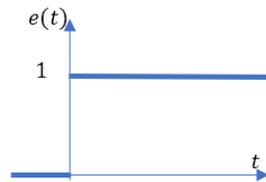


Dans ces conditions, on montre que  $z(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan(\alpha) \times x$

Tracer sur un même graphe les trajectoire  $z(x)$  pour  $\alpha = 10^\circ; 30^\circ; 50^\circ; 70^\circ$  pour  $x \in [0,80]m$

Exercice 2 : Réponse indicielle d'un système du second ordre faiblement amorti

Afin de tester un système asservi et d'étudier sa stabilité, sa rapidité et sa précision, il est courant de lui imposer une excitation indicielle  $e(t)$  et d'étudier sa réponse  $s(t)$ . Ce type d'excitation  $e(t)$  est représentée ci-contre. Dans le cas d'un système du second ordre de pulsation propre  $\omega_0$ , de coefficient d'amortissement  $M$ , faiblement amorti et initialement au repos, on a :

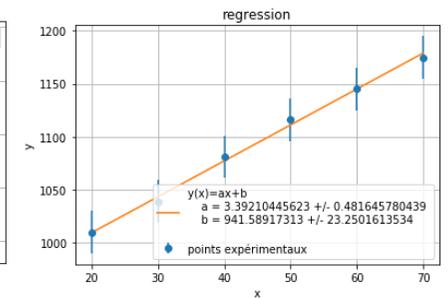
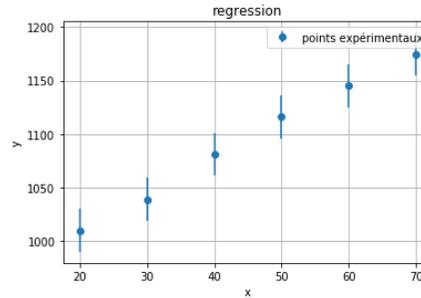


$$s(t) = \left(1 - \cos\left(\omega_0 \sqrt{1 - M^2} t\right)\right) e^{-M\omega_0 t}$$

- 1) Tracer  $s(t)$  sur un même graphe pour  $M = 0,01; 0,05; 0,1$  en prenant  $\omega_0 = 1rad/s$  pour  $x \in [0,30]s$
- 2) Tracer l'allure du portrait de phase représentant  $s'(t)$  en fonction de  $s(t)$ .

Exercice 3 : Evaluation des incertitudes à l'aide de la méthode de Monte Carlo

On mène une expérience qui permet d'aboutir aux mesures de températures et de pressions d'un gaz. On cherche à tester la loi affine  $P(t) = a_{ref}t + b_{ref}$ . Chaque couple de mesures  $(t_i, P_i)$  est associé à une incertitude-type  $u(P) = 10hPa$  sur la lecture de pression. La méthode de Monte Carlo consiste à envisager « tous les points » correspondant à chaque triplet  $(t_i, P_i, u(P_i))$  (graphiquement chaque mesure est associée à une barre d'erreur) en les tirant aléatoirement selon une loi de probabilité normale (à l'aide de la fonction `np.random.normal`).



La méthode de Monte Carlo consiste à effectuer typiquement  $N = 1000$  tirages et pour chaque itération :

- On tire un couple  $(x_i, y_i)$  possible pour chaque point,
- On applique la fonction `np.polyfit` à ce nuage de points pour déterminer une pente  $a_{ref,i}$  et une ordonnée à l'origine  $b_{ref,i}$ ,
- On insère  $a_{ref,i}$  et  $b_{ref,i}$  respectivement dans un tableau  $Tab_a$  et  $Tab_b$  de longueur  $N$ ,
- On calcule la moyenne et l'écart type de  $Tab_a$  (et respectivement de  $Tab_b$ ).

Température $t(^{\circ}C)$	Pression $P$ (hPa)
20	1010
30	1039
40	1081
50	1116
60	1145
70	1175

Ecrire une fonction, appelée *MC*, qui prend pour argument 3 tableaux numpy 1D (un tableau regroupant les valeurs de températures, un pour les pressions et une autre pour les incertitudes-types des valeurs de pression) et qui élabore un graphe représentant le nuage de points mesurés, les barres d'erreurs et qui affiche la valeur de la pente (avec son incertitude-type) et l'ordonnée à l'origine (avec son incertitude) de la droite de régression. On donne les renseignements suivants sur les fonctions nécessaires :

- np.mean(a)* : renvoie la valeur moyenne de tous les éléments du tableau *a* ; le résultat est de type `np.float64`.
- np.std(a)* : renvoie l'écart-type (incertitude-type) associée aux éléments du tableau *a* ; le résultat est de type `np.float64`.
- np.random.normal(a,u)* : s'applique au tableau *a* et renvoie un tableau de même dimension dont chaque valeur est tirée au sort suivant une loi gaussienne centrées sur chaque valeur du tableau *a*, *u* est un tableau de même dimension que *a* qui renseigne sur l'écart type à donner à chaque valeur de *a*.
- np.ones(N)* : renvoie un tableau 1D de longueur *N* ne contenant que des 1
- np.zeros(N)* : renvoie un tableau 1D de longueur *N* ne contenant que des 0